

Matematika

Célok és feladatok

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel, és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre.

A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem.

Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

Fejlesztési követelmények

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjuktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

Nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában.

Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része.

Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A tanulás kompetenciái

A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák:

A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák:

A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák:

A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:

A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:

A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményező-készség, másokkal való együttműködés-készsége).

A matematika tantárgy óraszámjai

évfolyam	5.	6.
óraszám	136	153

5. évfolyam

Témakör	Órakeret
1. Halmazok	9
2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	6
3. Alapműveletek természetes számokkal	15
4. Egész számok; alapműveletek egész számokkal	8
5. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	8
6. Alapműveletek közönséges törtekkel	7
7. Alapműveletek tizedes törtekkel	6
8. Arányosság, százalékszámítás	4
9. Egyszerű szöveges feladatok	8
10. A függvény fogalmának előkészítése	3
11. Sorozatok	7
12. Mérés és mértékegységek	15
13. Síkbeli alakzatok	8
14. Transzformációk, szerkesztések	4
15. Térgeometria	7
16. Valószínűség-számítás	4
Összesen: 119 óra	
Felmérés, értékelés	17
Összesen: 136 óra	

Témakör/Kompetenciák	1. Halmazok (9 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elemeket halmazba rendez több szempont alapján; – részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; – véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint – Halmazábra készítése – Számhalmazok szemléltetése számegyenesen – Részhalmazok felismerése ábráról – Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.
Fogalmak	halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak – Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése – Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra – Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása – Játék logikai készlettel

Témakör/Kompetenciák	2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek (6 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén; – ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Osztók, többszörösök meghatározása; – Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül – Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében – Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M.
Fogalmak	helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről – Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép? – Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

Témakör/Kompetenciák	3. Alapműveletek természetes számokkal (15 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – írásban összead, kivon és szoroz; – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti; – a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása – Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban – Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal – Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása – A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése – Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében – Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak	összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal – Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból – A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása – Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

Témakör/Kompetenciák	4. Egész számok; alpműveletek egész számokkal (8 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti; – a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét; – ismeri az egész számokat.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypon alatti hőmérséklet – Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása – Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során – Alpműveletek elvégzése az egész számok körében – Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása – Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése – Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés
Fogalmak	ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal – Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen

- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcedulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

Témakör/Kompetenciák	5. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok (8 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat; – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén; – megfelelteti egymásnak a racionális számok közöséges tört és tizedes tört alakját.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása – Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés – Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése – Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén – Számok ábrázolása számegyenesen
Fogalmak	közöséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése – Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel – Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak) – Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése – A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása – Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival – A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent) – Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

Témakör/Kompetenciák	6. Alapműveletek közönséges törtekkel (7 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével; – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – meghatározza konkrét számok reciprokát.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján – Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása – Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében – Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása – Kapott eredmény ellenőrzése
Fogalmak	közös nevező, reciprok
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére „21-es” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t – A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása – Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

Témakör/Kompetenciák	7. Alapműveletek tizedes törtekkel (6 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével; – írásban összead, kivon és szoroz; – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti; – a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban – Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása – Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése – Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés
Fogalmak	kerekítés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz – A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása – Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása – Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása – Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása – „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

Témakör/Kompetenciák	8. Arányosság, százalékszámítás (4 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete – Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
Fogalmak	hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel – Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges – A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén

Témakör/Kompetenciák	9. Egyszerű szöveges feladatok (8 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold; – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít; – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – megoldását ellenőrzi.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással – Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással – A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással – A megoldás ellenőrzése – Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
Fogalmak	becslés, ellenőrzés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét – Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

Témakör/Kompetenciák	10. A függvény fogalmának előkészítése (3 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása – A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése – Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
Fogalmak	megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése – Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny – „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk

Témakör/Kompetenciák	11. Sorozatok (7 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sorozatokat adott szabály alapján folytat; – néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból – Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban – Sorozatok adott szabály szerinti folytatása – Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása
Fogalmak	sorozat, számsorozat, szabály
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése – Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése – Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása – „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra – A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában – Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal – A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Témakör/Kompetenciák	12. Mérés és mértékegységek (15 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés – Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben – Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben – Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása – Sokszögek területének meghatározása átdarabolással – Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben – Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása
Fogalmak	szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Szívószál-moddellel szögtartományok kijelölése – Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata – Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés ösztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...) – „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása – Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján – Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület

	<p>hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...)</p> <p>Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése</p> <ul style="list-style-type: none">– Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása– Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása– Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
--	--

Témakör/Kompetenciák	13. Síkbeli alakzatok (8 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget; – ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; – ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; – ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; – a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése – Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése – Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása – Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: – Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete – Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása
Fogalmak	síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; egyenlő szárú háromszög; téglalap, négyzet
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása) – Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása – Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése – Szívószáלבól, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek) – Papír háromszögek hajtogatásával vagy siktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése – Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása – Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása – Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása – Tangram játék

Témakör/Kompetenciák	14. Transzformációk, szerkesztések (4 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget; – felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben; – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben – Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
Fogalmak	szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon – Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása – Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével – Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása

Témakör/Kompetenciák	15. Térgeometria (7 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; – testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; – a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése – Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló – Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján – Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése
Fogalmak	test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) – Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése – Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása – Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése – Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben <p>Zsinóros térgeometriai modellek használata</p>

Témakör/Kompetenciák	16. Valószínűség-számítás (4 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi; – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek – Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése – A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése
Fogalmak	valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal – Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád – Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével – Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai – 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz

	<ul style="list-style-type: none"> – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít – „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére
--	--

A továbbhaladás feltételei

1. Halmazok

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

- Osztók, többszörösök meghatározása;
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M.

3. Alapműveletek természetes számokkal

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás kétjegyű természetes számmal

4. Egész számok; alapműveletek egész számokkal

- Negatív számok ismerete
- Egész számok ismerete. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

5. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

- Tötrészek ábrázolása, tötrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén

6. Alapműveletek közönséges törtekkel

- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása

7. Alapműveletek tizedes törtekkel

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása

8. Arányosság, százalékszámítás

- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján

9. Egyszerű szöveges feladatok

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése

10. A függvény fogalmának előkészítése

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

11. Sorozatok

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból

- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

12. Mérés és mértékegységek

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése, kiszámítása
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése, kiszámítása

13. Síkbeli alakzatok

- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása:
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

14. Transzformációk, szerkesztések

- Egybevágó alakzatok felismerése

15. Térgeometria

- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

16. Valószínűség-számítás

- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

6. évfolyam

Témakör	Órakeret
1. Matematikai logika, kombinatorika	10
2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	12
3. Egész számok; alpműveletek egész számokkal	8
4. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	9
5. Alpműveletek közönséges törtekkel	10
6. Alpműveletek tizedes törtekkel	10
7. Arányosság, százalékszámítás	17
8. Egyszerű szöveges feladatok	10
9. A függvény fogalmának előkészítése	9
10. Síkbeli alakzatok	8
11. Transzformációk, szerkesztések	13
12. Térgeometria	7
13. Leíró statisztika	9
14. Valószínűség-számítás	6
Összesen: 138 óra	
Felmérés, értékelés	15
Összesen: 153 óra	

Témakör/Kompetenciák	1. Matematikai logika, kombinatorika (10 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; – tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; – a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; – összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása – Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása – Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással – A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata – Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok – Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal – Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása – Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.
Fogalmak	<p>„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz</p>
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat – „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis – Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére – „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább

- | | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none">- „Einstein-fejtő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában |
|--|---|

Témakör/Kompetenciák	2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek (12 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; – meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása – 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása – A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint
Fogalmak	osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak – Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével – „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább.

Témakör/Kompetenciák	3. Egész számok; alpműveletek egész számokkal (8 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti; – a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét; – ismeri az egész számokat.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet – Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása – Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során – Alpműveletek elvégzése az egész számok körében – Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása – Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése – Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés
Fogalmak	ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal – Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen

- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

Témakör/Kompetenciák	4. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok (9 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat; – érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén; – megfelelteti egymásnak a racionális számok közöséges tört és tizedes tört alakját.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása – Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés – Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése – Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén – Számok ábrázolása számegyenesen
Fogalmak	közöséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése – Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel – Adott törtrészek ábrázolása tányérmal (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak) – Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése – A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása – Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival – A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent) – Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

Témakör/Kompetenciák	5. Alapműveletek közönséges törttekkel (10 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével; – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – meghatározza konkrét számok reciprokát.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján – Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása – Alapműveletek elvégzése a közönséges törttek körében – Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása – Kapott eredmény ellenőrzése
Fogalmak	közös nevező, reciprok
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére „21-es” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törtet összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t – A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása – Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása <p>Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása</p> <p>Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása</p>

Témakör/Kompetenciák	6. Alapműveletek tizedes törtekkel (10 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével; – írásban összead, kivon, szoroz és oszt; – ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; – a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti; – a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; – a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban – Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése – Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban – A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén – Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása – Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése – Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés
Fogalmak	kerekítés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz – A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével

- | | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none">- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel |
|--|---|

Témakör/Kompetenciák	7. Arányosság, százalékszámítás (17 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját; – ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben – Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában – Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése – Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete – Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján – Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával – Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben
Fogalmak	arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén – Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel – Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges – A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén – Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás – Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

Témakör/Kompetenciák	8. Egyszerű szöveges feladatok (10 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold; – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít; – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – megoldását ellenőrzi.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással – Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással – A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással – A megoldás ellenőrzése – Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
Fogalmak	becslés, ellenőrzés
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét – Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

Témakör/Kompetenciák	9. A függvény fogalmának előkészítése (9 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása – A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése – Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben – Egyenes arányosság grafikonjának felismerése
Fogalmak	megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése – Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny – „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk – Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör/Kompetenciák	10. Síkbeli alakzatok (8 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget; – ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; – ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; – ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; – a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; – ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban; – ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között; – ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint; – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése – Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása – Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése – Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása – Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség – Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete – Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint – Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása
Fogalmak	síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása) – Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása – Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése – Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)

- | | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none">- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása- Tangram játék |
|--|---|

Témakör/Kompetenciák	11. Transzformációk, szerkesztések (13 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét; – geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; – ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget; – felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; – ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben; – felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat; – a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít; – ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben – Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben – Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása – Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben – Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése – Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás – Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése – Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése
Fogalmak	szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon – Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása – Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével – Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása – Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

Témakör/Kompetenciák	12. Térgeometria (7 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; – testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; – ismeri a gömb tulajdonságait; – a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése – Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló – Testek közül gömb kiválasztása – Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján – Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése
Fogalmak	test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) – Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése – Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása – Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése – Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben <p>Zsinóros térgeometriai modellek használata</p>

Témakör/Kompetenciák	13. Leíró statisztika (9 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; – adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; – különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; – megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; – konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás) – A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdigram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán – A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén – Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdigram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén – Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint – Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása
Fogalmak	adat, diagram, átlag
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) – Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Témakör/Kompetenciák	14. Valószínűség-számítás (6 óra)
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi; – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek – Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése – A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése
Fogalmak	valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> – Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal – Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád – Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével – Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai – 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz

	<ul style="list-style-type: none"> – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít – „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére
--	--

A továbbhaladás feltételei

1. Matematikai logika, kombinatorika

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal

2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása

3. Egész számok; alpműveletek egész számokkal

- Negatív számok ismerete
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alpműveletek elvégzése az egész számok körében
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása

4. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén

5. Alapműveletek közösleges törtekkel

- Alapműveletek értelmezése
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közösleges törtek körében
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

6. Alapműveletek tizedes törtekkel

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

7. Arányosság, százalékszámítás

- Egyenes arányosság felismerése
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával

8. Egyszerű szöveges feladatok

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

9. A függvény fogalmának előkészítése

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

- Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

10. Síkbeli alakzatok

- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

11. Transzformációk, szerkesztések

- Egybevágó alakzatok felismerése
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése
- Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése

12. Térgeometria

- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

13. Leíró statisztika

- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

14. Valószínűség-számítás

- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

Matematika

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulóknak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitzűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikái

felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A matematika tantárgy óraszámai

Évfolyam	7.	8.
Óraszám	136	136
Heti óraszám	4	4

Témakörök és óraszámok a 7. évfolyamon

– Témakör neve	– Javasolt óraszám
– Halmazok, számhalmazok	– 8
– Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	– 10
– Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	– 16
– Arányosság, százalékszámítás	– 16
– Szöveges feladatok előkészítése	– 16
– Szöveges feladatok	– 12
– A függvény fogalmának előkészítése	– 12
– Síkbeli alakzatok	– 12
– Transzformációk, szerkesztések	– 10
– Térgeometria	– 12
– Leíró statisztika	– 6
– Valószínűség-számítás	– 6
– Összes óraszám:	– 136

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;

- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud például végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete,
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
-

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám,

TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;

- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üregek feltöltése 1 liter folyadékkal

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok előkészítése

JAVASOLT MINIMUM ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

FOGALMAK

változó, együtttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejből alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgykból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgykból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK
ellenőrzés

TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szelű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria,

TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése

TÉMAKÖR: Térgeometria

ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése

- Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

FOGALMAK

hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

ÓRASZÁM: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

ÓRASZÁM: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára

vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-es különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal

Témakörök és óraszámok a 8. évfolyamon

– Témakör neve	– Javasolt óraszám
– Halmazok, számhalmazok	– 7
– Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	– 10
– Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	– 6
– Arányosság, százalékszámítás	– 6
– Szöveges feladatok előkészítése	– 17
– Szöveges feladatok	– 17
– A függvény fogalmának előkészítése	– 16
– Síkbeli alakzatok	– 12
– Transzformációk, szerkesztések	– 14
– Térgeometria	– 17
– Leíró statisztika	– 7
– Valószínűség-számítás	– 7
– Összes óraszám:	– 136

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

ÓRASZÁM: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben

- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”,

TEVÉKENYSÉGEK

- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcserbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

ÓRASZÁM: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

FOGALMAK

hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

TEVÉKENYSÉGEK

- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után

- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok előkészítése

ÓRASZÁM: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

ÓRASZÁM: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon, értékkészlet, értelmezési tartomány, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

TEVÉKENYSÉGEK

- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagoraszi számhármak keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

kicsinyítés, nagyítás

TEVÉKENYSÉGEK

- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉMAKÖR: Térgeometria

ÓRASZÁM: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság, felszín, térfogat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

ÓRASZÁM: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-es különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről